MAT115 - Exercices sur la logique du premier ordre (suite)

Manuel Lafond

Exercices sur papier

Exercice 1: Donnez la liste de tous les modèles de la formule suivante:

$$x_1 \lor x_2 \Rightarrow \neg(x_1 \lor x_3)$$

Exercice 2: Dites si la formule suivante est satisfaisable:

$$\begin{aligned}&(x_1 \lor x_2 \Rightarrow \neg(x_1 \lor x_3)) \land \\ &\neg(x_1 \lor \neg x_2) \land \\ &\neg x_3\end{aligned}$$

Exercice 3: Dites si la formule suivante est satisfaisable:

$$\begin{aligned}&(x_1 \lor x_2) \land \\ &(\neg x_1 \lor x_3) \land \\ &(\neg x_1 \Rightarrow \neg x_2) \land \\ &(\neg(x_3 \land x_1))\end{aligned}$$

Exercice 4: Reprenons la logique du premier ordre et les prédicats définis dans Tarski-UdeS. Pour chacune des affirmations suivantes, donnez un univers de formes qui rend la formule vraie, et une qui rend la formule fausse. Si la formule est une tautologie ou une contradiction, dites-le. Vos réponses devraient être justifiées.

a. $\forall x \cdot \exists y \cdot (x \neq y \land (Smaller(x, y) \Rightarrow LeftOf(x, y)))$

b. $\forall x \cdot \exists y \cdot (Smaller(x, y) \Rightarrow LeftOf(x, y))$

c. $\exists x \cdot (\exists y \cdot x \neq y) \land \forall y \cdot (LeftOf(x, y) \Rightarrow \forall z \cdot (Smaller(x, z))$

d. $\forall x \cdot \forall y \cdot ((Square(x) \Rightarrow Small(y)) \lor (Square(x)) \land \neg Small(y))$

e. $\exists x \cdot Square(x) \land \forall x \cdot \exists y \cdot \forall z \cdot (Square(x) \Rightarrow Smaller(x, y) \land (z = x \lor z = y \lor LeftOf(z, y))$